

Épreuve anticipée de mathématiques – Sujet 0

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques.

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

**PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)**

**Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.**

**Question 1**

L'inverse du double de 5 est égal à :

- a.  $\frac{2}{5}$                       b.  $\frac{1}{10}$                       c.  $\frac{5}{2}$                       d. 10

**Question 2**

On considère la relation  $F = a + \frac{b}{cd}$ .

Lorsque  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$ ,  $d = -\frac{1}{4}$ , la valeur de  $F$  est égale à :

- a.  $-\frac{5}{2}$                       b.  $-\frac{3}{2}$                       c.  $\frac{5}{2}$                       d.  $\frac{3}{2}$

**Question 3**

Le prix d'un article est multiplié par 0,975.

Cela signifie que le prix de cet article a connu :

- a. une baisse de 2,5%                      b. une augmentation de 97,5%  
c. une baisse de 25%                      d. une augmentation de 0,975%

**Question 4**

Le prix d'un article est noté  $P$ . Ce prix augmente de 10% puis baisse de 10%.

A l'issue de ces deux variations, le nouveau prix est noté  $P_1$ . On peut affirmer que :

- a.  $P_1 = P$                       b.  $P_1 > P$                       c.  $P_1 < P$                       d. Cela dépend de  $P$

**Question 5**

On lance un dé à 4 faces. La probabilité d'obtenir chacune des faces est donnée dans le tableau ci-dessous :

Face numéro 1	Face numéro 2	Face numéro 3	Face numéro 4
0,5	$\frac{1}{6}$	0,2	$x$

On peut affirmer que :

a.  $x = \frac{2}{15}$

b.  $x = \frac{2}{3}$

c.  $x = 0,4$

d.  $x = 0,1$

**Question 6**

On considère  $x, y, u$  des réels non nuls tels que  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{u}$ .

On peut affirmer que :

a.  $u = \frac{xy}{x+y}$

b.  $u = \frac{x+y}{xy}$

c.  $u = xy$

d.  $u = x + y$ .

**Question 7**

On a représenté ci-contre la parabole d'équation  $y = x^2$ .

On note  $(\mathcal{I})$  l'inéquation, sur  $\mathbf{R}$ ,  $x^2 \geq 10$ .

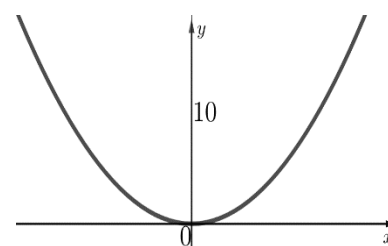
L'inéquation  $(\mathcal{I})$  est équivalente à :

a.  $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$

b.  $x \leq -\sqrt{10}$  ou  $x \geq \sqrt{10}$

c.  $x \geq \sqrt{10}$

d.  $x = \sqrt{10}$  ou  $x = -\sqrt{10}$

**Question 8**

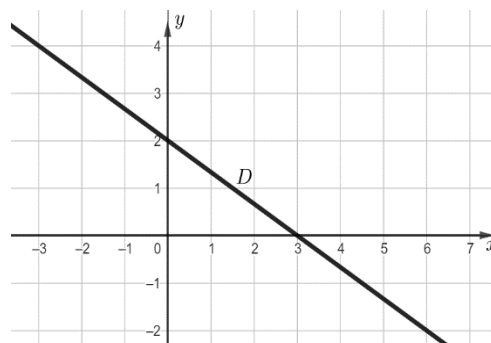
On a représenté ci-contre une droite  $\mathcal{D}$  dans un repère orthonormé. Une équation de la droite  $\mathcal{D}$  est :

a.  $y = -\frac{3}{2}x + 2$

b.  $y = \frac{2}{3}x + 2$

c.  $2x - 3y - 6 = 0$

d.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} - 1 = 0$



### Question 9

On considère trois fonctions définies sur  $\mathbf{R}$  :

$$f_1 : x \mapsto x^2 - (1 - x)^2 \qquad f_2 : x \mapsto \frac{x}{2} - \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \qquad f_3 : x \mapsto \frac{5 - \frac{2}{3}x}{0,7}$$

Parmi ces trois fonctions, celles qui sont des fonctions affines sont :

- a. aucune
- b. toutes
- c. uniquement la fonction  $f_1$
- d. uniquement les fonction  $f_2$  et  $f_3$

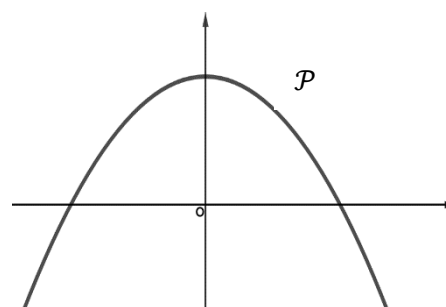
### Question 10

On a représenté ci-contre une parabole  $\mathcal{P}$ .

Une seule des quatre fonctions ci-dessous est susceptible d'être représentée par la parabole  $\mathcal{P}$ .

Laquelle ?

- a.  $x \mapsto x^2 - 10$
- b.  $x \mapsto -x^2 - 10$
- c.  $x \mapsto -x^2 + 10$
- d.  $x \mapsto -x^2 + 10x$



### Question 11

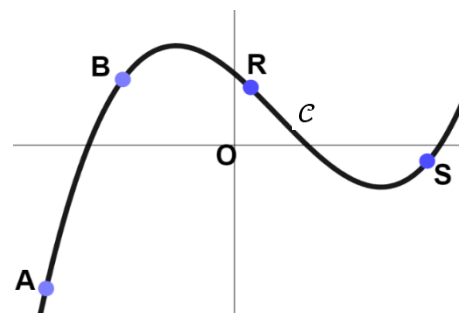
On a représenté ci-contre la courbe  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$ .

Les points A, B, R et S appartiennent à la courbe  $\mathcal{C}$ .

Leurs abscisses sont notées respectivement  $x_A$ ,  $x_B$ ,  $x_R$  et  $x_S$ .

L'inéquation  $x \times f(x) > 0$  est vérifiée par :

- a.  $x_A$  et  $x_B$
- b.  $x_A$  et  $x_R$
- c.  $x_A$  et  $x_S$
- d.  $x_A$ ,  $x_B$  et  $x_S$



### Question 12

Voici une série de notes avec les coefficients associés.

Note	10	8	16
Coefficient	1	2	$x$

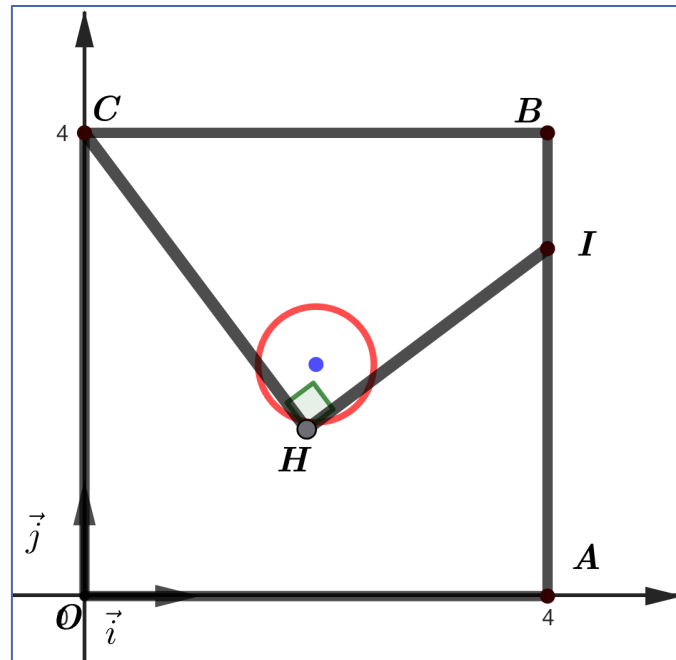
On note  $m$  la moyenne de cette série. Que doit valoir  $x$  pour que  $m = 15$  ?

- a. impossible
- b.  $x = 10^{-3}$
- c.  $x = 3$
- d.  $x = 19$

## DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

### Exercice 1 (X points)

On considère la figure suivante, représentée dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .



On dispose des données suivantes :

- Le quadrilatère  $OABC$  est un carré de côté 4 ;
- On a  $A(4; 0), B(4; 4), C(0; 4), I(4; 3)$  ;
- Le point  $H$  est le projeté orthogonal du point  $C$  sur la droite  $(OI)$  ;
- On note  $\mathcal{E}$  le cercle de centre  $D(2; 2)$  et de rayon 0,5.

1.a. Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{OI}$  et  $\vec{OC}$ .

b. En déduire le produit scalaire  $\vec{OI} \cdot \vec{OC}$ .

2. a. Exprimer le produit scalaire  $\vec{OI} \cdot \vec{OC}$  en fonction des longueurs  $OH$  et  $OI$ .

b. Calculer la longueur  $OI$ .

c. En déduire que  $OH = 2,4$ .

3. a. Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(CH)$ .

b. Justifier qu'une équation du cercle  $\mathcal{E}$  est :

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7,75 = 0.$$

c. Le point  $M(1,5; 2)$  appartient-il à l'intersection du cercle  $\mathcal{E}$  et de la droite  $(CH)$  ? Justifier.

Aide au calcul.

$$0,5^2 = 0,25$$

$$1,5^2 = 2,25$$

$$2,5^2 = 6,25$$

$$5 \times 2,4 = 12$$

## **Exercice 2 (X points)**

On se place dans un repère  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  orthogonal.

1. On considère la fonction  $g$  définie pour tout réel  $x$  par  $g(x) = x^2 - 5x + 4$ .  
On note  $\mathcal{P}$  la courbe représentative de la fonction  $g$ .

a. Étudier le signe de la fonction  $g$  sur  $\mathbf{R}$ .

b. On considère un entier naturel  $n$  quelconque.

On note  $A_n$  le point de la courbe  $\mathcal{P}$  d'abscisse  $n$ .

On note  $a_n$  le coefficient directeur de la droite  $(A_n A_{n+1})$ .

Justifier que pour tout entier naturel  $n$ , on a  $a_n = 2n - 4$ .

c. Quelle est la nature de la suite  $(a_n)$  ?

2. On considère la fonction  $f$  définie pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0,5 ; 8]$  par

$$f(x) = x - 5 + \frac{4}{x}.$$

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$ .

a. Vérifier que pour tout réel  $x$ , de l'intervalle  $[0,5; 8]$  on a  $f(x) = \frac{g(x)}{x}$ .

b. A l'aide de la question 1.a, déterminer la position de la courbe  $\mathcal{C}$  par rapport à l'axe des abscisses.

c. On admet que la fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $[0,5; 8]$ .

Montrer que tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0,5 ; 8]$  on a :

$$f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2}.$$

d. En déduire le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0,5 ; 8]$ .

e. Réaliser un schéma de l'allure de la courbe  $\mathcal{C}$  sur lequel apparaîtront les résultats des questions 2.b et 2.d.